Préparation EPO - PLP interne

DOSSIER M1 **Thème** : Probabilités

Lors de cette épreuve, en prenant appui sur les éléments du dossier fourni et sur les ressources bibliographiques et numériques mises à disposition, le candidat devra

□ construire une séquence d'introduction
□ construire une séquence d'approfondissement ou de remédiation
□ présenter des modalités d'évaluation

et justifier, devant le jury, les choix didactiques et pédagogiques effectués

Documents

Document 1 : *Le jeu de la Mourre et du hasard*

Situation :

La **mourre** est un jeu dans lequel deux joueurs se montrent simultanément un certain nombre de doigts, tout en annonçant chacun la somme présumée des doigts dressés par les deux joueurs. Gagne qui devine cette somme.

Chaque joueur ne montre qu'une seule main.

Problématique : Comment augmenter ses chances de gagner ?

Boite à outil à disposition de l'enseignant :

Postes informatiques

Un fichier Excel intitulé « *EPO Dossier M1 Document 1*» se trouve sur l'ordinateur mis à la disposition du candidat.

Document 2 : *Segment aléatoire*

Niveau : seconde ou première professionnelle.
Module : fluctuations d'une fréquence selon les échantillons, notion de probabilité.

Cette activité illustre l'approche « fréquentiste » d'une probabilité, c'est-à-dire l'observation de la « stabilisation relative des fréquences quand *n* augmente » vers la probabilité de l'événement.

Énoncé
Deux points A et B sont pris « au hasard » sur un segment de longueur 1.
Ceci peut être réalisé grâce à la fonction « random » de la calculatrice (ou ALEA pour un tableur) qui donne « au hasard » un nombre compris entre 0 et 1, qui sera l'abscisse du point.
Quelle est la probabilité de l'événement : « la longueur AB est supérieure à 0,5 » ?

D'après Documents ressources DGESCO juin 2009

Un fichier Excel intitulé « *EPO Dossier M1 Document 2*» se trouve sur l'ordinateur mis à la disposition du candidat.

Document 3 : *Lancer de pièces*

On lance trois fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On note P si la face obtenue est Pile, F si la face obtenue est Face.

1- *(PFP) signifiant : Pile au premier lancer, Face au deuxième lancer et Pile au troisième, écrire toutes les issues possibles de cette expérience aléatoire.*
2- *On s'intéresse à la probabilité d'obtenir (PPP). A l'aide d'un tableur, réaliser une simulation permettant d'obtenir 100 séries de cette expérience aléatoire.*
3- *Déterminer la fréquence d'apparition du résultat (PPP).*
4- *Recommencer la simulation pour 500 séries, 1000 séries …*
5- *Estimer la probabilité d'obtenir (PPP) quand sa fréquence d'apparition se stabilise.*

D'après Hachette technique seconde

Un fichier Excel intitulé « *EPO Dossier M1 Document 3*» se trouve sur l'ordinateur mis à la disposition du candidat.

Document 4 : *Monty Hall*

Situation :

Un jeu télévisé oppose un présentateur à un candidat (le joueur). Ce joueur est placé devant trois portes fermées. Derrière l'une d'elles se trouve une voiture et derrière chacune des deux autres se trouve une chèvre. Il doit tout d'abord désigner une porte. Puis le présentateur doit ouvrir une porte qui n'est ni celle choisie par le candidat, ni celle cachant la voiture (le présentateur sait quelle est la bonne porte dès le début). Le candidat a alors le droit ou bien d'ouvrir la porte qu'il a choisie initialement, ou bien d'ouvrir la troisième porte.

Problématique :

Peut-on déterminer une stratégie gagnante pour le joueur ?

Vaut-il mieux : conserver son choix initial ou le modifier suite à l'indication donnée par le présentateur ?

Un fichier Excel intitulé « *EPO Dossier M1 Document 4*» se trouve sur l'ordinateur mis à la disposition du candidat.

Document 5 : *Extrait du manuel « Mathématiques C, Evaluations formatives et CCF » éditions Foucher*

Lancer deux dés

Situation

Pour avancer son pion dans un jeu de société, Sarah lance simultanément deux dés non truqués à six faces.

Elle compte le nombre total de points et avance son pion de ce nombre total.

Problématique

Y a-t-il une somme de points qui sort plus souvent que les autres ?

1. Proposez une réponse à la problématique (sans calcul).

.....

2. Écrivez, dans la première ligne du tableau, en les classant par ordre croissant, les nombres de points qui peuvent être obtenus en lançant deux dés.

Total de points											
Effectif											
Fréquence											

3. Effectuez 25 lancers de deux dés ou simulez ces 25 lancers avec votre calculatrice ou un tableur et notez ces résultats dans la deuxième ligne du tableau.

TICE

4. Calculez les fréquences correspondantes et notez les résultats dans la troisième ligne du tableau.

5. Commentez les résultats des fréquences obtenues.

.....

.....

6. Proposez une méthode permettant de répondre à la problématique en utilisant le vocabulaire mathématique adapté.

Comment calculer la capacité d'une cuve de récupération d'eau de pluie ?

La capacité de la cuve C est fonction du volume V d'eau de pluie récupérable par an et des besoins annuels B en eau de pluie par an.

$$C = \frac{(V+B)}{2} \times \frac{21}{365}$$

(formule établie pour une réserve de 21 jours)

C, V et B sont exprimés en litres.

Volume V d'eau de pluie récupérable par an

$$V = Q \times S \times C_p$$

Q : précipitations locales en mm par an. Cette valeur dépend de la région d'habitation.
S : surface de toiture sur laquelle va s'effectuer la récupération d'eau de pluie en m².
C_p : coefficient de perte dépendant de la nature du toit.

Besoins annuels B d'eau de pluie

WC	8 800 L/personne/an
Machine à laver	3 700 L/personne/an
Nettoyage/lavage	800 L/personne/an
Arrosage du jardin	60 L /m²/an

.....

.....

Appel : Présentez les cinq informations et justifiez oralement pourquoi chacune d'elles est nécessaire pour déterminer la capacité de la cuve.

2 TICE Répondez à la problématique en complétant le tableau proposé dans le fichier **« E02_capacite_cuve.xls »** avec les données concernant la famille d'Alex.

.....

.....

.....

Document 6 : *Extrait du manuel « Mathématiques seconde BAC PRO » éditions Delagrave*

8 Une boîte contient 8 jetons numérotés 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 et 8. Un jeton est tiré au hasard, on note son numéro et il est remis dans la boîte. À l'aide d'un tableur :

> ! *Nombre entier aléatoire entre 1 et 8 :* ENT(8*ALEA()+1)

1. Simuler 100 tirages successifs d'un jeton de la boîte.
2. Afficher la fréquence de sortie de chacun des numéros.

$f(1) =$ ..... $f(2) =$ ..... $f(3) =$ ..... $f(4) =$ .....
$f(5) =$ ..... $f(6) =$ ..... $f(7) =$ ..... $f(8) =$ .....

3. Calculer la probabilité d'obtenir le chiffre 1. .....

9 Dans un jeu de 32 cartes, une carte est tirée au hasard.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir un as de cœur ? .....
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un cœur ? .....

10 Au jeu de l'Euro Millions, le nombre de combinaisons possibles à cocher est 76 275 360 !

1. Quelle est la probabilité de gagner à l'Euro Millions en validant une seule grille ?

.....

2. Quelle est la probabilité de gagner à l'Euro Millions en validant 20 grilles ?

.....

3. Combien faudrait-il valider de billets pour avoir une probabilité de 100 % de gagner le gros lot ?

.....

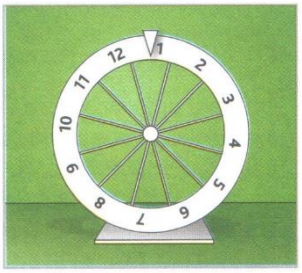
11 Une roue de loterie est partagée en 12 secteurs identiques.

1. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre impair.

.....

2. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 6.

.....



Document 7 : *Extrait du manuel « Mathématiques seconde PRO, enseignement agricole » éditions Vuibert*

LE PARADOXE DES ANNIVERSAIRES (Richard von Mises, 1939)

Le professeur d'éducation physique d'une classe de 30 élèves de seconde a décidé cette année qu'il permettrait à chaque élève de choisir l'activité sportive le jour de son anniversaire. Même si aucun des élèves n'est né lors d'une année bissextile (ce qui aurait ajouté une date d'anniversaire possible), il estime que le risque d'avoir deux élèves nés le même jour est très faible.

Problématique : Comment savoir si sur une classe de 30 élèves, le risque d'avoir deux élèves nés le même jour est très faible ?

Un fichier Excel intitulé « *EPO Dossier M1 Document 7*» se trouve sur l'ordinateur mis à la disposition du candidat.

Document 8 : *Extrait du manuel « Mathématiques seconde BAC PRO » éditions Delagrave*

17 Erreurs de facturation ✪

La comptable d'une entreprise effectue un contrôle des factures établies au cours des trois derniers mois.

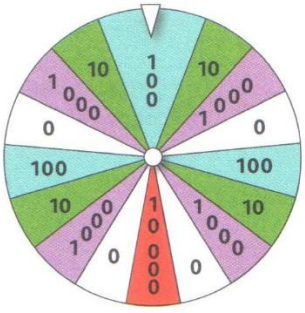
Mois	Nombre de factures	Nombre de factures erronées
1	556	11
2	673	10
3	462	15

1. Calculer pour chaque mois la fréquence des factures erronées.

2. Sur les résultats de l'année, la comptable estime à 2 % la probabilité d'avoir une facture erronée.
Pour quels mois la fréquence des factures erronées est-elle inférieure à cette probabilité ?

19 La roue de la Fortune ✪✪

Au jeu de la roue de la Fortune, le candidat sélectionné fait tourner une roue. Il gagne la somme indiquée par la flèche lorsque la roue s'arrête. Le gain maximum est de 10 000 €.
Toutes les tranches sont égales sauf une des trois tranches de 100 €, qui est double des autres.



Calculer la probabilité des événements suivants :

1. Le joueur a gagné 100 €.

2. Le joueur a gagné 10 000 €.

3. Le joueur n'a rien gagné.

18 Horaires à respecter ✪✪✪

En attendant sa correspondance dans un aéroport, Nadja regarde le tableau d'affichage. Elle observe les départs à l'heure et remarque plusieurs séries de départs à l'heure qui se suivent.
Pour vérifier si ils sont uniquement dus au hasard, elle fait une simulation pour déterminer la probabilité d'un départ à l'heure.
Réaliser cette simulation à l'aide de la calculatrice en notant 1 le départ à l'heure et 0 le départ en retard.

Departures / Départs

Flight / Vol	Destination	Boarding / Embarquement	Gate / Porte	Remarks / Observations
3281	BERLIN	12:13	A 4	Arrivé
6767	PARIS	12:22	B 2	Retardé
1291	LONDRES	12:53	A 6	Annulé
5982	NEW-YORK	13:03	A 3	A l'heure
4441	TOKYO	13:12	C 4	Retardé
5030	MADRID	13:37	B 1	Prévu

1. Entrer l'instruction INT(2 × RAND).
2. Réaliser 50 simulations de départ et compter le nombre de fois où le chiffre 1 apparaît dans la série.
3. Calculer la fréquence d'apparition de 2 départs à l'heure consécutifs.
4. L'aéroport annonce que 80 % de ses départs sont à l'heure.
Ce résultat est-il uniquement dû au hasard ?

20 Tirer les cartes ✪✪

Un jeu de 32 cartes est composé de 4 « familles » : pique et trèfle (de couleur noire), cœur et carreau (de couleur rouge).
Dans chaque famille, il y a 3 figures : valet, dame et roi.
On tire une carte au hasard. Déterminer la probabilité des événements suivants :

1. La carte tirée est un as.
2. La carte tirée est une figure rouge.
3. La carte tirée est rouge.

21 Dominos

Un jeu de dominos est constitué de 28 dominos distincts.
Un domino est partagé en deux parties, chacune portant un nombre de 0 à 6 représenté par des points.
Un double est un domino dont les deux parties portent le même nombre.

1. Écrire la liste des 28 dominos distincts.
2. Un joueur tire un domino au hasard.
   a. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un double ?
   b. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un double-six ?

Document 9 : *CCF tiré du site MSPC de l'académie de Dijon*

Craps

Le Craps est un jeu d'argent venant des États-Unis qui se joue avec deux dés à six faces. Les paris portent sur les combinaisons successives obtenues avec la somme des faces des deux dés.

Il faut jeter deux dés à six faces sur une table avec des parois verticales de 40 cm de hauteur pour que les dés ne sortent pas de l'aire de jeu. Le total des 2 faces opposées de chacun des deux dés doit toujours être égale à **7** : **1+6**, **2+5**, **3+4**.

Au premier lancer, le lanceur perd sa mise s'il **2** (1+1) ou **3** (2+1) ou **12** (6+6). On dit qu'il a fait un Craps.

Source : wikipedia.org

Est-il plus facile d'obtenir un total de 6 ou de 7 avec deux dés ?

1. Simulation de lancés de deux dés et calcul des fréquences d'apparition des sommes des faces obtenues.

1.1. Lancer le tableur (Excel ou Open Office Calc) et :

◆ écrire, dans la cellule **A1**, l'expression : **Simulation de 10 lancés d'une paire de dés** ;

◆ ajuster la largeur de la colonne ;

◆ entrer, dans la cellule **A2**, la formule : **= ENT(ALEA()*6+1)+ENT(ALEA()*6+1)**.

◆ incrémenter la cellule **A2**, jusqu'à la cellule **A11** (soit 10 cases correspondant aux 10 premiers lancés) ;

◆ écrire, dans la cellule **C6**, l'expression : **Nombre de 6 :** ;

◆ entrer, dans la cellule **D6**, la formule : **= NB.SI(A2:A11;6)** ;

◆ écrire, dans la cellule **C7**, l'expression : **Nombre de 7 :** ;

◆ entrer, dans la cellule **D7**, la formule : **= NB.SI(A2:A11;7)** ;

◆ appuyer plusieurs fois sur la touche **F9** afin de faire afficher d'autres lancés.

Cette simulation permet-elle répondre au problème posé ? .....

Appel n° 1 : appeler le professeur pour faire vérifier feuille de calculs.

1.2. Reprendre la précédente feuille de calcul (Excel ou Open Office Calc) et :

◆ écrire, dans la cellule A1, l'expression : **Simulation de 10 000 lancés d'une paire de dés** ;

◆ ajuster la largeur de la colonne ;

◆ incrémenter la cellule **A2** jusqu'à la cellule **A10001** (soit 10 000 cellules correspondant aux 10 000 premiers lancés) ;

◆ modifier, dans la cellule **D6**, la formule entrée par : **= NB.SI(A2:A10001;6)** ;

◆ entrer, dans la cellule **E6**, la formule : **=D6/10000*100** ;

◆ modifier, dans la cellule **D7**, la formule entrée par : =NB.SI(A2:A10001;7) ;

◆ entrer, dans la cellule **E7**, la formule : =D7/10000*100 ;

◆ appuyer plusieurs fois sur la touche **F9** afin de faire afficher d'autres lancés.

1.3. Est-il plus facile d'obtenir un total de 6 ou de 7 ?

.....

1.4. A quoi correspondent les valeurs obtenues dans les cellules **E6** et **E7** ?

.....

2. Étude des fréquences d'apparition des sommes de deux dés.

Compléter le tableau ci-dessous à l'aide des résultats obtenus précédemment. Pour chaque somme, calculez les fréquences en effectuant la division du nombre d'apparitions, n_i, par le nombre total de lancer, N = 10 000.

Somme des faces des deux dés	6	7
Nombre d'apparition **(n_i)**	……	……
Fréquence **($f_i = \frac{n_i}{N}$)**	……	……

2.1. Ces fréquences ont été calculées à partir d'une simulation de 10 000 lancés.

2.1.1. Compléter le tableau suivant en inscrivant dans chaque case la somme des points obtenus avec chaque dé.

		Premier dé					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Deuxième dé	**1**	……	……	……	……	……	……
	2	……	……	……	……	……	……
	3	……	……	……	……	……	……
	4	……	……	……	……	……	……
	5	……	……	……	……	……	……
	6	……	……	……	……	……	……

2.1.2. Combien y a t-il d'éventualités d'obtenir un total de 6 ? ……

2.1.3. Déterminer sa probabilité d'apparition : ……

2.1.4. Combien y a t-il d'éventualités d'obtenir un total de 7 ? ……

2.1.5. Déterminer sa probabilité d'apparition : ……

2.1.6. Parmi toutes ces éventualités l'une d'entre elle a plus de chance d'apparaître, laquelle ?

……